



TERCER TRIMESTRE

EJES TEMÁTICOS: Forma, espacio y medida; Manejo de la información

TEMAS: Medida; Proporcionalidad y funciones

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S):

- Localiza la tangente de un ángulo.
- Aplica el cálculo de la tangente en la resolución de problemas.
- Explica el concepto razón de cambio y compara en una gráfica la razón de cambio.
- Relaciona la inclinación de una recta que representa un fenómeno o acción, con la razón de cambio de sus variables.
- Identifica la mayor razón de cambio entre dos variables aunque desconozca la gráfica.
- Encuentra la pendiente de cualquier recta dados algunos puntos de ésta.

CONTENIDO(S):

- Análisis de las relaciones entre el valor de la pendiente de una recta, el valor del ángulo que se forma con la abscisa y el cociente del cateto opuesto sobre el cateto adyacente.
- Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que la representa.

Estimados alumnos y padres de familia es un placer poder enviarles un saludo y desearles que ustedes y sus seres queridos, se encuentren bien.

A continuación envío la programación de las actividades con las que daremos continuidad a nuestro temario y que los alumnos deberán desarrollar como parte del proyecto de educación a distancia derivado del aislamiento preventivo para contener y prevenir el contagio del COVID-19.

Recordemos que deberán ir subiendo sus actividades a la página de la escuela e **ir guardando sus evidencias de las actividades realizadas** (de forma opcional, pueden hacerlo en un folder, sobre, carpeta, etc., o bien, en su cuaderno de apuntes y /o libro de texto; esto con la finalidad de que no tengan la necesidad de salir de casa para adquirir ningún material extra ya que recordemos que durante la contingencia, lo más importante es salvaguardar su integridad y la de sus seres queridos).

Si por algún motivo no les es posible acceder a la página de la escuela, las tutoras de grupo enviarán la información a todos los alumnos con quien tengan contacto; así mismo, les comunico que las actividades son las mismas para los cinco grupos de tercero, lo cual facilita el acceso a la información al poder utilizar cualquier red social o medio electrónico de comunicación, ya que insisto, estamos en aislamiento social y por éste mismo motivo aunque alguna actividad indique equipos, parejas, etc. , no deberás reunirte con ningún compañero, haciendo caso omiso de dicha instrucción.

Una vez concluidas tus actividades, súbelas a la página de la escuela; si por cuestiones diversas esto no fuera posible, recuerda que al reanudar labores serán evaluadas todas las actividades y trabajaremos en la solución de dudas.

En relación a dudas, estoy tratando ser muy explícita en los materiales que envío, pero si algo no llega a ser muy claro, intenta asesorarte en libros, medios electrónicos de información, recursos proporcionados por la SEP tanto a través de la televisión como a través de internet, etc., ya que ésta es una gran oportunidad para que pongas en práctica el aprendizaje autodidacta que predominará en tus siguientes niveles académicos. Para que te sea más fácil familiarizarte y dominar los temas a trabajar en ésta ocasión, he incluido dos videos e información escrita, sin embargo, recuerda que no necesariamente debes limitarte a éstos recursos, por el contrario, entre más información puedas consultar, más amplio y completo será tu aprendizaje.

Finalmente, agradezco les agradezco estimados alumnos y padres de familia por el gran esfuerzo que realizan al trabajar de manera conjunta en la adquisición y enriquecimiento de los aprendizajes que señala el programa oficial vigente para tercer grado de secundaria. Les envío una enorme felicitación, porque a través de un gran número de evidencias recibidas, me percaté que han realizado un trabajo excelente, los ejercicios propuestos en los distintos temas que hemos trabajado, se han resuelto de manera acertada, lo cual habla de su gran perseverancia, interés y profesionalismo. Felicidades mis queridos alumnos y nuevamente agradezco a los padres de familia la gran muestra de amor que tienen para con sus hijos al estarlos guiando y acompañando en ésta tarea que sale totalmente de nuestras actividades cotidianas, pero que permite poner a salvo la salud, integridad e incluso la vida de las personas que más amamos.

Les envío un cordial abrazo.

ACTIVIDAD (ES)

- Observar y analizar los videos relacionados con el cálculo de la pendiente de una recta:
<https://www.youtube.com/watch?v=44z-uD5IR-0&t=116s>
<https://www.youtube.com/watch?v=kniCsN6w31s>
- Leer y analizar la información que se encuentra después de éstos recuadros y que he denominado: **INFORMACION IMPORTANTE Y "Para avanzar"**
- Nota: Envío una basta cantidad de información relacionada con el tema, la intención es que tengas a tu alcance suficientes recursos con diferentes explicaciones para que tomes lo que sea más accesible para ti. Aun así, tu puedes investigar más a fondo en todas las fuentes que anteriormente mencionamos para que profundices hasta donde tu curiosidad matemática quede satisfecha.
- Adjunto dos prácticas tituladas: "Ángulo de inclinación y pendiente" y la otra "Análisis de la razón de cambio". A simple vista, parece mucho trabajo, pero en realidad es mucho el espacio que ocupan gráficas e información, además hay una gran cantidad de preguntas que se resuelven con simple observación; sin embargo, en ésta ocasión no te pongo fechas fija para cada una de las prácticas, te pido que resuelvas y en el momento que concluyas tus ejercicios, (que estoy segura será muy rápido), súbelas a la página de la escuela o agrégalas a tu carpeta de evidencias.

INFORMACION IMPORTANTE:

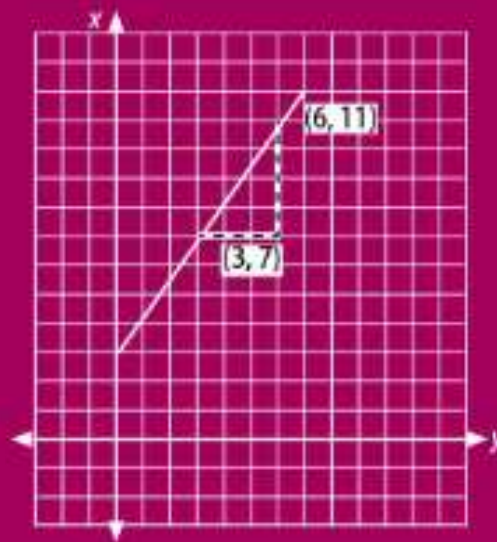
La pendiente de una recta también es la razón de cambio de las ordenadas respecto a las abscisas. Así como la pendiente de una recta es constante, su razón de cambio también. Para calcularla se eligen dos puntos cualesquiera de la recta; por ejemplo, (6, 11) y (3, 7).

Por cada vez que x aumenta 3, y lo hace 4. En otras palabras, cuando x aumenta 1, y lo hace $\frac{4}{3}$. El cálculo también se puede hacer así:

$$\text{razón de cambio} = \frac{\text{cambio de } y}{\text{cambio de } x}$$

$$\text{razón de cambio} = \frac{(11 - 7)}{(6 - 3)}$$

$$\text{razón de cambio} = \frac{4}{3}$$



Cuando la razón de cambio entre dos cantidades es constante, la gráfica de la relación es una línea recta. La razón de cambio de una recta es su pendiente.

Cuando una cantidad aumenta, la otra también lo hace; la razón de cambio es positiva. Por ejemplo, en el caso del cubo de hielo, mientras el tiempo aumentaba, la temperatura también lo hacía.

En el ejemplo de disminución de temperatura, mientras t aumentaba, T disminuía. En ese caso, la razón de cambio de la recta es negativa.

Una característica de las rectas, es que la razón de cambio es constante. Si cuando “ x ” aumenta, “ y ” también lo hace, la razón de cambio es **positiva**. Caso contrario si “ x ” aumenta, “ y ” disminuye, la razón de cambio de la recta es **negativa**.

Para avanzar

La razón de cambio de un fenómeno relaciona dos variables distintas en la que una de ellas cambia en "función" de la otra. Es por esto que matemáticamente se representa con una función lineal.

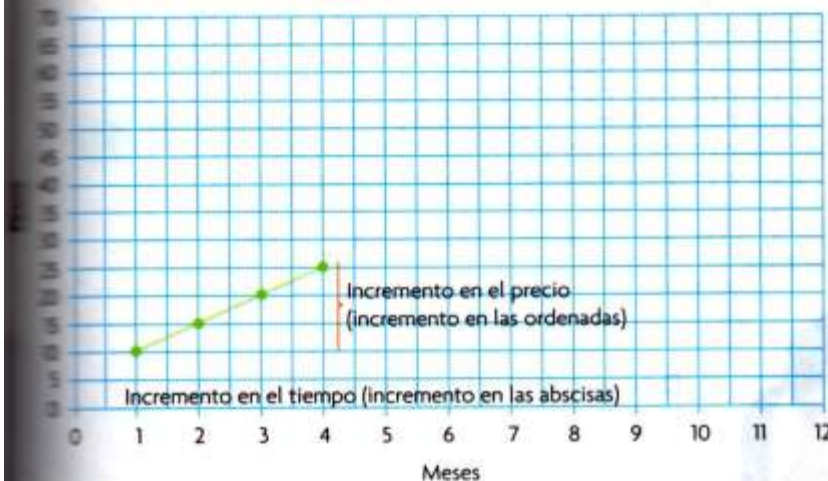
Por lo tanto, la razón de cambio es el cociente de los cambios que experimentan dos variables. Por ejemplo: en la siguiente gráfica se muestra el incremento del precio de un artículo a lo largo de algunos meses del año.

El incremento en el precio del artículo con respecto al tiempo transcurrido representa la razón de cambio. Esto es:

$$\text{Razón de cambio} = \frac{\text{Incremento en el precio}}{\text{Incremento en el tiempo}} = \frac{25 - 10}{4 - 1} = \frac{15 \text{ pesos}}{3 \text{ meses}} = 5$$

La razón de cambio se interpreta de manera gráfica como la pendiente o inclinación de la recta que representa la situación que se modeló matemáticamente.

Aumento de precio



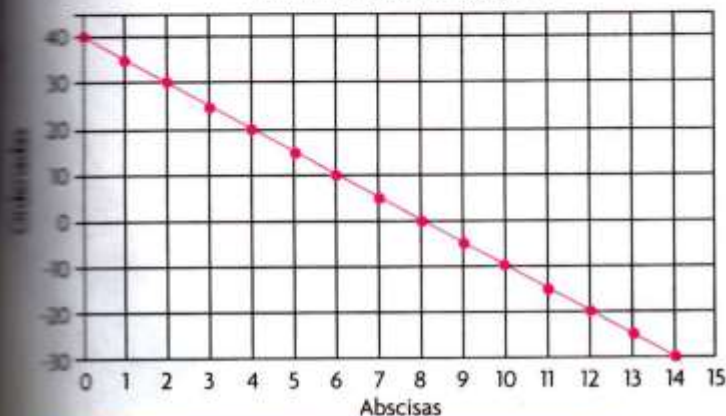
Si tomamos dos puntos distintos de la recta —cada uno con su abscisa y su ordenada—, el incremento de las abscisas se calcula como la diferencia entre las dos abscisas; de la misma manera se calcula el incremento de las ordenadas.

Entonces la pendiente de la recta es el cociente del incremento de las ordenadas entre el incremento de las abscisas. Por ejemplo, de la situación anterior sabemos que en el primer mes el precio del artículo es de \$10, y en el cuarto mes es de \$25. Con lo que se forman los puntos (1, 10) y (4, 25), entonces la pendiente es:

$$\text{Pendiente} = \frac{\text{Incremento en las ordenadas}}{\text{Incremento en las abscisas}} = \frac{25 - 10}{4 - 1} = \frac{15}{3} = 5$$

En la ecuación de la recta de la forma $y = mx + b$, m representa la pendiente mientras que b representa la intersección de la recta con el eje y . Entonces, la ecuación de la recta que representa el comportamiento del aumento del precio de este artículo sería $y = 5x + 5$, porque la recta toca al eje y en el punto (0,5).

Recta con pendiente negativa



Una recta con inclinación hacia la derecha, como en el ejemplo anterior, tiene pendiente positiva; mientras que una recta con inclinación hacia la izquierda tiene pendiente negativa.

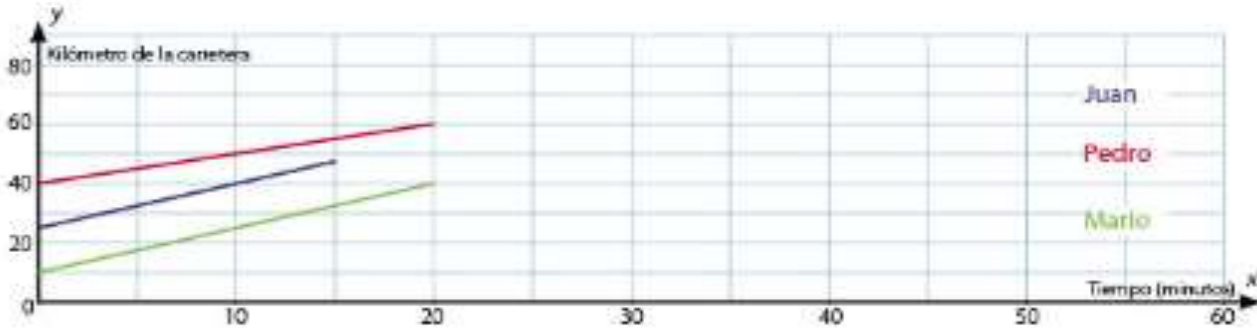
En la gráfica de la izquierda, si obtenemos la pendiente de la recta por medio de los puntos (2, 30) y (6, 10) tenemos que:

$$m = \frac{10 - 30}{6 - 2} = \frac{-20}{4} = -5$$



NOMBRE DEL ALUMNO: _____ FECHA: _____ GRUPO: _____ ACIERTOS: _____

1. **RESUELVE :** Tres amigos se reunirán en el kilómetro 90 de una carretera. Las gráficas muestran la relación entre el tiempo transcurrido y el lugar de la carretera en que se encuentra cada uno.



- ¿Quién se traslada con mayor velocidad? _____
 - ¿Quién va más despacio? _____
 - Si continúan al mismo ritmo, ¿quién llegará primero? _____
 - ¿Quién será el último? _____
2. Las siguientes expresiones algebraicas corresponden a las tres rectas de la actividad anterior.

$$y = x + 40$$

$$y = \frac{3}{2}x + 25$$

$$y = \frac{3}{2}x + 10$$

- a) Completa la tabla; indica a quién corresponde cada expresión.

Amigo	Expresión	Pendiente de la recta
Mario		
Juan		
Pedro		

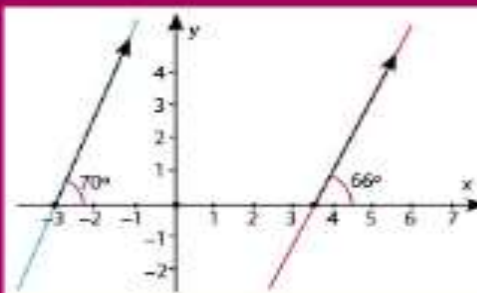
- b) ¿Cómo se sabe, a partir de las expresiones algebraicas, quién se traslada con mayor rapidez?

- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Expliquen en su cuaderno cómo se relaciona la pendiente de cada recta con la velocidad.

3. Trabaja con un compañero. Lean la siguiente información y efectúen lo que se pide.

En las rectas azul y roja se ha marcado su ángulo de inclinación; el de la recta azul mide 70° y el de la roja, 66° .

Advierte que el ángulo de inclinación de una recta está formado por la misma recta y el eje x .



- a) Tracen en su cuaderno las siguientes rectas en un plano cartesiano. Midan el ángulo de inclinación de cada una.

$$y = 2x$$

$$y = 4x$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$y = \frac{1}{3}x$$

$$y = x$$

$$y = 0.1x$$

$$y = 30x$$

$$y = 3x$$

- b) Completa la tabla. Debes ordenar los datos de mayor a menor ángulo de inclinación (respecto al eje x).

Ecuación de la recta	Medida del ángulo de inclinación	Pendiente

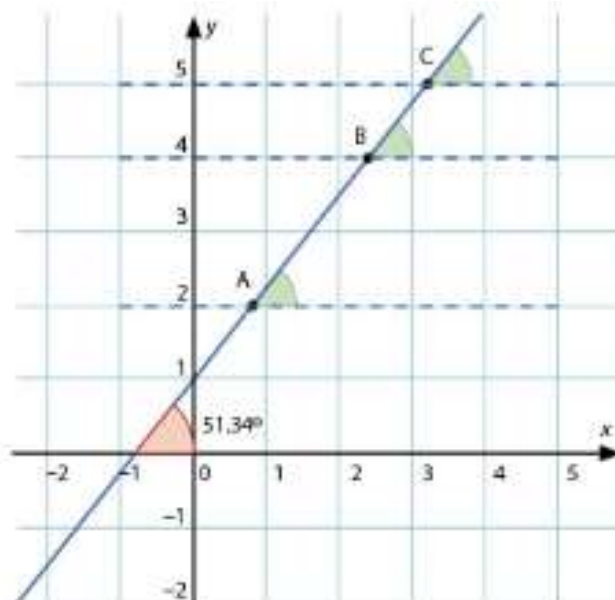
- Compara tus resultados con los de tus compañeros. Comenten en qué casos la recta se acerca más a una posición vertical y en cuáles, a una posición horizontal. Después lean la siguiente información.

Dos rectas con la misma pendiente también tienen el mismo ángulo de inclinación.

1. En el siguiente plano cartesiano se ha marcado con rojo el ángulo de inclinación de la recta azul.

En los puntos A, B y C se trazaron rectas paralelas al eje x.

- a) ¿Los ángulos marcados con vértice en A, B y C miden lo mismo que el ángulo de inclinación de la recta azul?

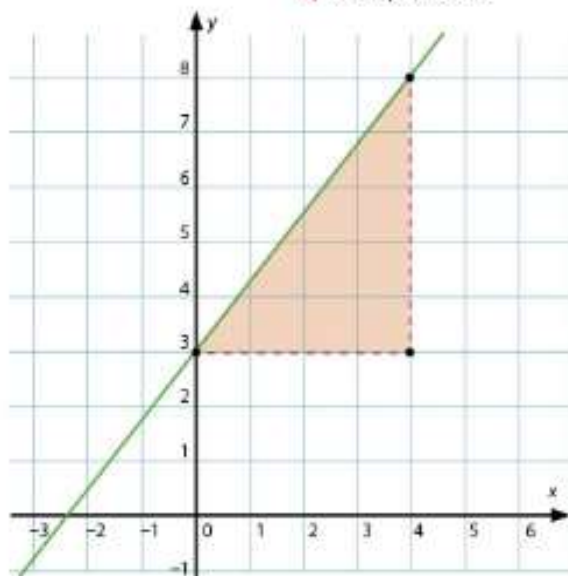


- b) Argumenta tu respuesta. _____

2. Considera la recta verde del siguiente plano cartesiano. Se ha trazado un triángulo rectángulo cuya hipotenusa está sobre la recta.

- a) ¿Cómo comprobarías que la ecuación de la recta es $y = \frac{5}{4}x + 3$? _____

- b) Compruébalo.



- c) ¿Cuánto vale la pendiente de la recta? _____

- d) Señala en el triángulo el ángulo que corresponde a la inclinación de la recta y nómbralo A.

- e) Escribe, como fracción, el resultado de dividir la medida del cateto opuesto entre el cateto adyacente al ángulo A.

- f) Compara tu resultado con la pendiente de la recta. ¿Qué observas? _____

3. Haz lo que se indica a continuación.

- a) Escribe al lado de cada ecuación el color de la recta que le corresponde según el plano de la derecha.

$y = x$ _____

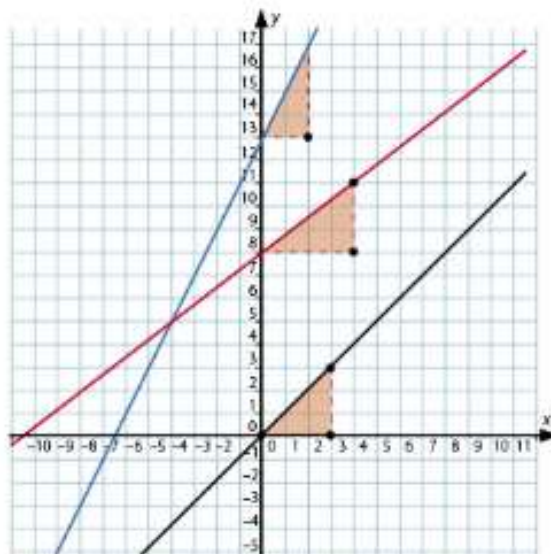
$y = \frac{3}{4}x + 8$ _____

$y = 2x + 13$ _____

- b) Anota en cada triángulo las medidas del cateto opuesto y las del cateto adyacente al ángulo que es igual al ángulo de inclinación de la recta.

- c) Calcula el cociente del cateto opuesto entre el cateto adyacente y compáralo con la pendiente de la recta.

- Comenta, con el grupo y con ayuda del profesor, la siguiente información. Compárenla con lo trabajado en esta lección.

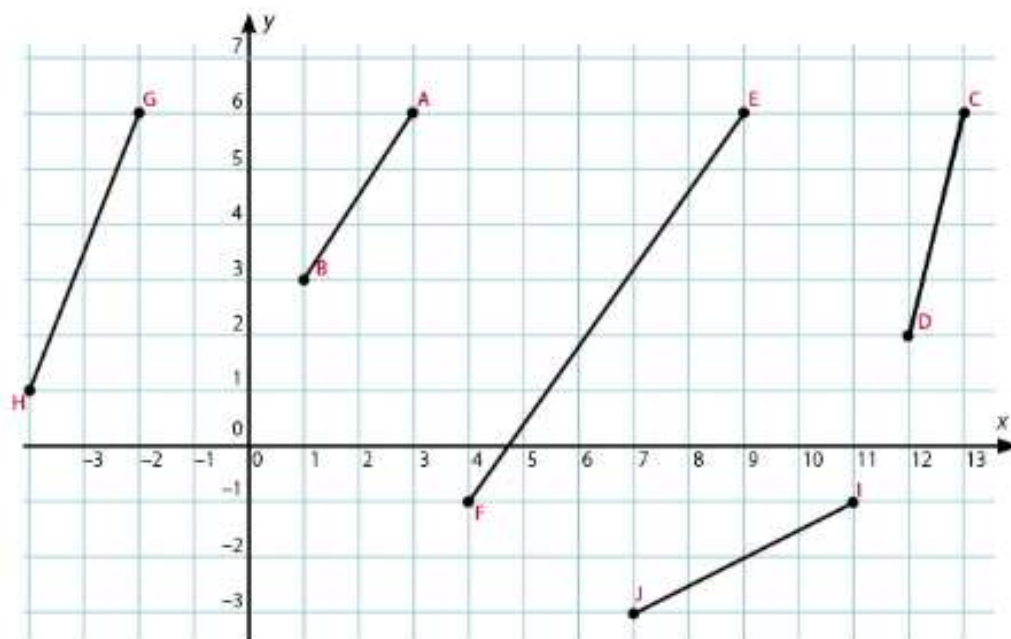


Quando en un plano cartesiano se traza un triángulo rectángulo y su hipotenusa está sobre una recta cuyo ángulo de inclinación es agudo, se sabe que...

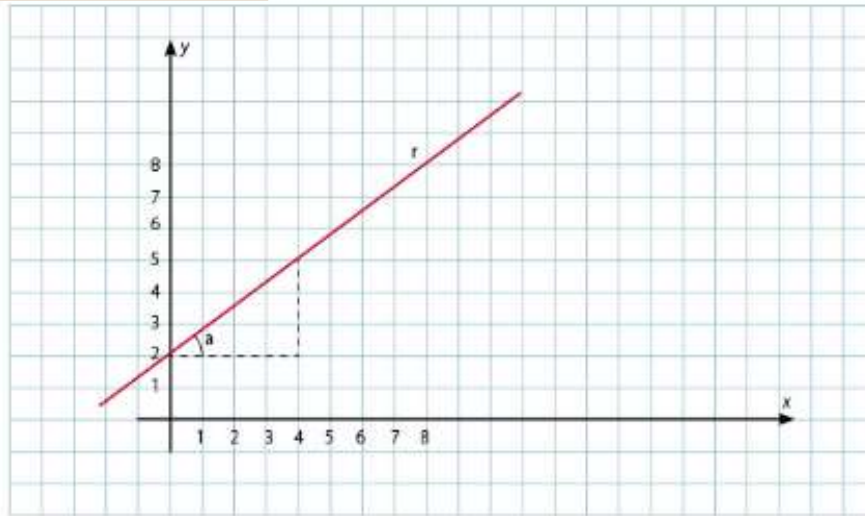
- uno de los ángulos agudos del triángulo rectángulo es igual al ángulo de inclinación de la recta;
- el cociente del cateto opuesto a ese ángulo entre el cateto adyacente siempre es igual a la pendiente de la recta. A ese cociente se le llama **tangente del ángulo**.



4. En el siguiente plano se han trazado distintos segmentos de rectas. Anota junto a cada uno la pendiente de la recta que le corresponda.



RESUELVE :



Reflexionamos
 ¿Habrá una recta con pendiente 0? ¿Cómo debería ser? ¿Cómo es su ecuación?

- Anoten en la siguiente tabla los datos que corresponden a la recta r.
- Tracen en el plano las rectas t y s, de acuerdo con los datos proporcionados en la tabla.
- Completen la tabla.

	Ordenada al origen	Ángulo de inclinación	Pendiente de la recta	Regla de correspondencia
Recta r				
Recta t	5	45°		$y = x + 5$
Recta s	0	37°	$\frac{3}{4}$	

Para calcular el valor de la tangente que le corresponde al ángulo a se puede proceder de dos maneras.

- Primera: se divide la medida del cateto opuesto al ángulo a entre la medida del cateto adyacente. Por ejemplo, en el plano de la actividad 1, la tangente de a es $\frac{3}{4}$.
- Segunda: se introduce, en una calculadora que tenga razones trigonométricas, la medida del ángulo, por ejemplo, (37), y luego se presiona la tecla de tangente (tan).

RESUELVE :

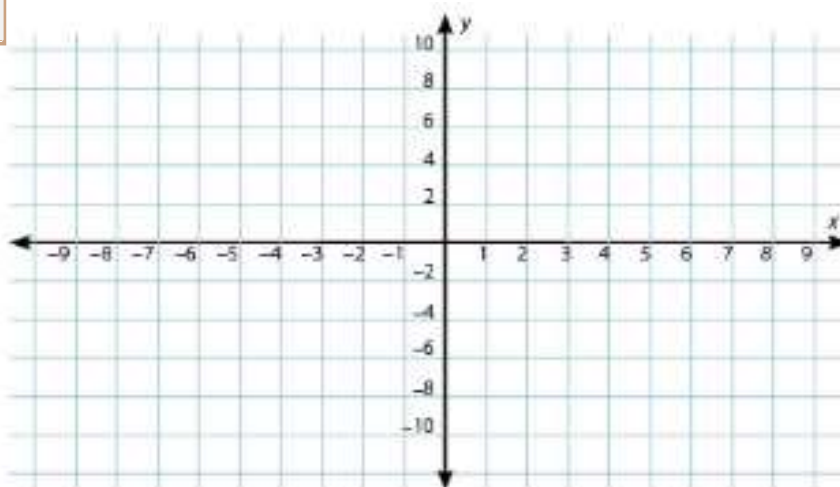
$$y = 10x + 2$$

$$y = 4x - 4$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$y = 10x + 3$$

$$y = 10x$$



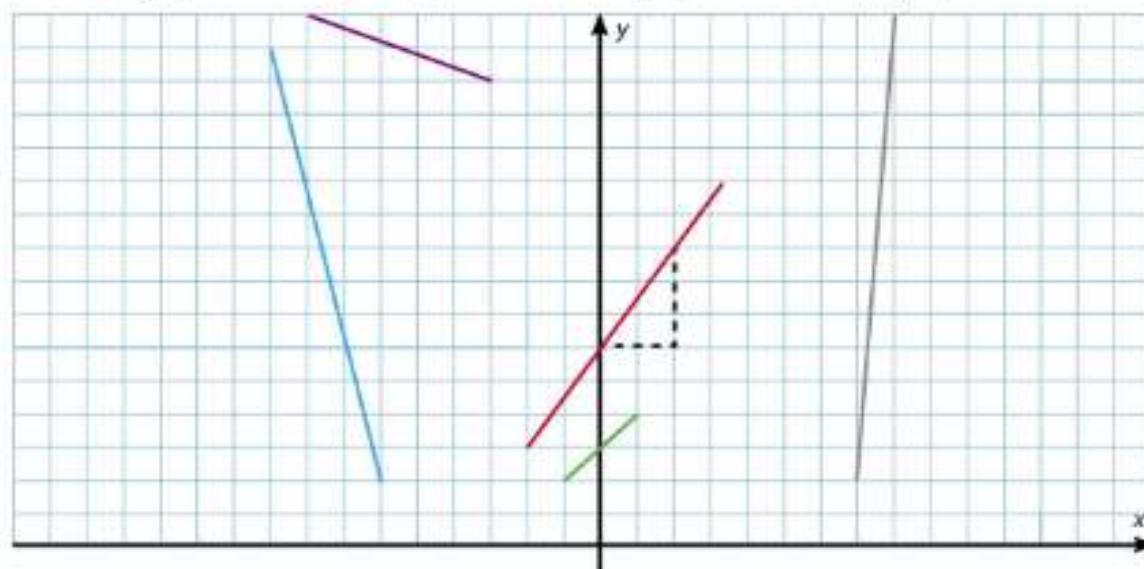
- a) Grafiquen en el plano cartesiano cada expresión.
- b) Completen la siguiente tabla ordenando las tangentes de mayor a menor.

Primera	Segunda	Tercera	Cuarta	Quinta

- c) ¿Qué recta tiene mayor ángulo de inclinación? _____
- d) ¿Cuál tiene menor ángulo de inclinación? _____
- e) Expliquen en su cuaderno cómo debe ser la pendiente de una recta paralela al eje y o al eje x.

4. En el siguiente plano hay varias rectas. Calcula la tangente del ángulo de inclinación de cada una, como en el ejemplo.

$\frac{3}{2}$





NOMBRE DEL ALUMNO: _____ FECHA: _____ GRUPO: _____ ACIERTOS: _____

Razón de cambio.

Cuando dos conjuntos de cantidades están relacionadas entre sí, se puede estudiar el cambio o incremento de una cantidad respecto al cambio o incremento de la otra.

Al cociente que se obtiene al dividir el incremento de una cantidad entre el incremento correspondiente a la otra se le llama razón de cambio.

Ejemplo: La siguiente gráfica muestra los cambios en el precio de un artículo durante los primeros meses del año. ¿Cuál es el incremento mensual del precio del artículo, suponiendo que fue el mismo cada mes?



En la gráfica el cambio en el precio se indica en la dirección vertical y el cambio en el tiempo en la dirección horizontal.

$$\text{Razón de cambio} = \frac{\Delta \text{ en el precio}}{\Delta \text{ en el tiempo}} = \frac{1200 - 600}{3 - 1} = \frac{600}{2} = 300$$

Δ símbolo que significa cambio

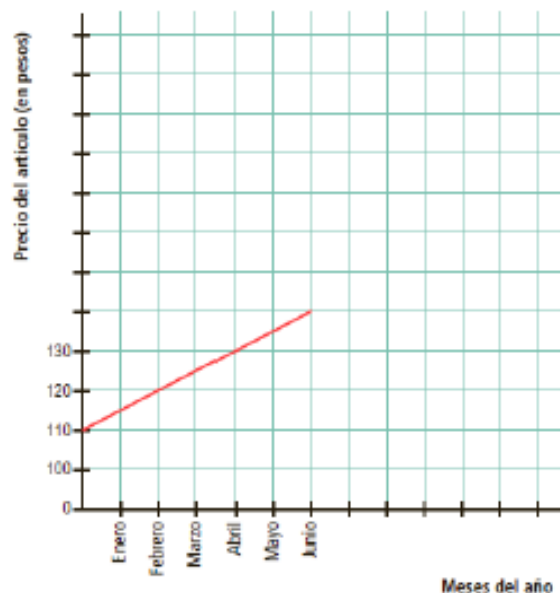
Razón de cambio = pendiente; Inclinación de la recta

De acuerdo a lo anterior:

1. ¿Cuál será el costo del artículo en el sexto mes?

¿Qué significaría que la pendiente entre el tercero y el cuarto mes fuera mayor?

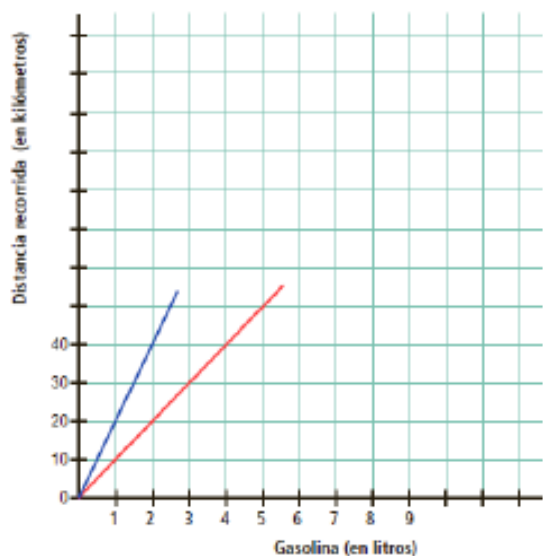
2. La siguiente gráfica muestra los cambios en el precio de un artículo durante los primeros meses del año.



a) ¿Cuál es el incremento del artículo por mes?

b) ¿Cuál es la razón de cambio del artículo?

3. La siguiente gráfica muestra la distancia recorrida por dos automóviles y la cantidad de gasolina que consumieron.



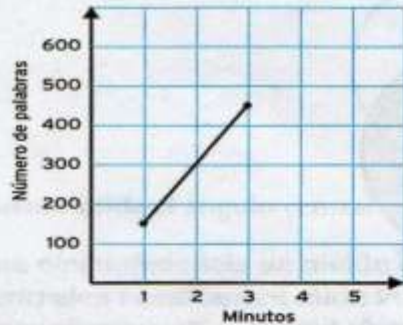
a) ¿Cuál es la razón de cambio del automóvil rojo?

b) ¿Cuál es la razón de cambio del automóvil azul?

c) ¿Qué automóvil tuvo un mejor rendimiento?

1

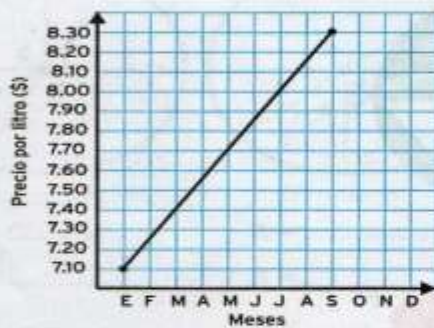
La siguiente gráfica muestra la cantidad de palabras leídas por Alba en relación al tiempo.



- ¿Cuál es la razón de cambio de las variables que relaciona la gráfica? _____
- ¿Qué tiene que ver la cantidad anterior con las palabras que Alba lee por minuto? _____
- ¿Cuántas palabras leerá Alba en 9 minutos si mantiene el mismo ritmo? _____

2

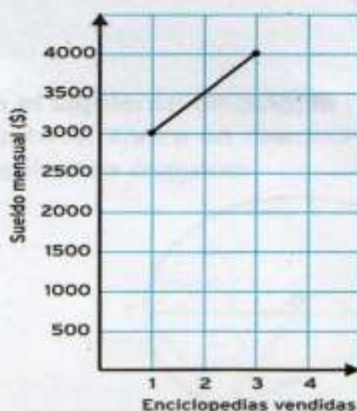
La política energética del gobierno prevé un incremento en el precio de la gasolina "Magna" el día 1 de cada mes durante un año. La siguiente gráfica muestra la situación anterior.



- ¿Cuál es la razón de cambio entre el precio del litro de gasolina y el tiempo, durante ese año? _____
- ¿Qué relación tiene la cantidad anterior con el incremento mensual del precio de la gasolina? _____
- ¿Cuál fue el costo del litro de esa gasolina en junio de ese año? _____
Si se mantuvo el mismo crecimiento, ¿cuál fue el costo en octubre? _____

3

Juan vende enciclopedias. Su sueldo mensual está integrado por \$2500 fijos y una comisión constante por cada enciclopedia que vende. La siguiente gráfica muestra su ingreso mensual dependiendo del número de enciclopedias que venda.



- ¿Cuál es la razón de cambio entre el sueldo de Juan y el número de enciclopedias que vende? _____
- ¿Cuánto obtiene en un mes si vende 3 enciclopedias? _____
¿Y si vende 10? _____
¿Y si no vende alguna? _____
- ¿Qué significa el punto de la gráfica en el que la recta cruza el eje vertical? _____

